Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale

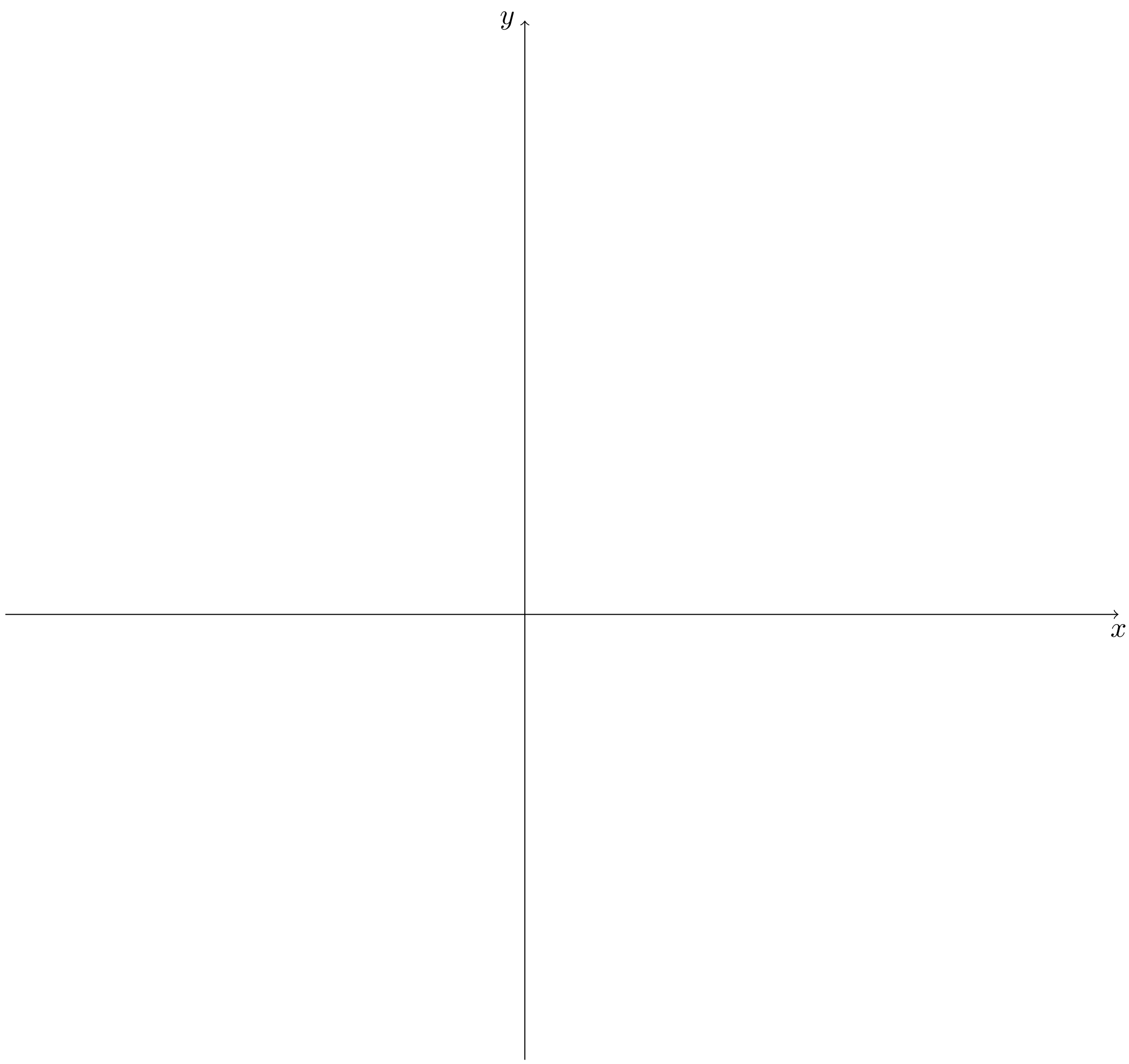
Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. Per i quesiti a risposta chiusa: SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: Esercizi 1-6: risposta esatta $= +3$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$. Esercizio 7: risposta esatta $= +1$; risposta sbagliata $= -0.25$; risposta non data $= 0$. Esercizio 8: grafico corretto $= +1$; grafico scorretto o non disegnato $= 0$. Esercizio 9: risposta esatta $= +5$; risposta sbagliata $= -0,5$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE IL FOGLIO CONTENENTE LA GRIGLIA DELLE RISPOSTE con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D

7a.	7b.	7c.	7d.	7e.	7f.
V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F

Spazio per lo svolgimento dell'esercizio 8.



1. L'insieme A dei numeri complessi z che verificano le condizioni

$$(\mathrm{Re}\, z)^2 - \frac{3}{2}(z + \bar{z}) + 2 \leq 0 \quad \text{e} \quad \mathrm{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = 0$$

è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $A = \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}\, z \leq 1 \text{ e } \mathrm{Im}\, z = 0\} \cup \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}\, z \geq 2 \text{ e } \mathrm{Im}\, z = 0\}$ $\boxed{\text{B}}$: $A = \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq \mathrm{Re}\, z \leq 2 \text{ e } \mathrm{Im}\, z = 0\}$ $\boxed{\text{C}}$: $A = \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq \mathrm{Re}\, z \leq 2 \text{ e } \mathrm{Im}\, z \neq 0\}$ $\boxed{\text{D}}$: $A = \{z \in \mathbb{C} : 1 < \mathrm{Re}\, z < 2 \text{ e } \mathrm{Im}\, z = 0\}$

---

2. Il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{2(n+2)^n (n+1)! \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n!}}\right)}{7n^{n+1} - 2^{n+1} + \arctan((n+1)!)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{7}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{e^2}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{7}{e}$ $\boxed{\text{D}}$: e^2

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{x \cos x - x} - 1}{(2x - \sin(2x))^{7\alpha}}$$

esiste finito se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{1}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{1}{7}$

---

4. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni date da

$$f(x) = x^3 \qquad \text{e} \qquad g(x) = 2x + 1.$$

Il punto che verifica la tesi del teorema di Cauchy sull'intervallo $[0, 1 + e]$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{(1+e)^2}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1+e}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1+e}{\sqrt{3}}$ $\boxed{\text{D}}$: il teorema di Cauchy non è applicabile

---

5. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{6 \log(1+x) - \beta x + x^2}{2x^2}, & \text{per } x > 0, \\ -2e^x + 1, & \text{per } x \leq 0. \end{cases}$$

Allora f è continua in $x = 0$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\beta \neq 6$ $\boxed{\text{B}}$: $\beta > 6$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 3$ $\boxed{\text{D}}$: $\beta = 6$

---

6. Sia $f :]a,b[\to \mathbb{R}$, con $a,b \in \mathbb{R}$ tali che $a < b$, $f \in C^2(]a,b[)$ e $x_0 \in]a,b[$. Delle seguenti affermazioni

   (a) $f(x) - f(x_0) - f'(x_0)(x - x_0) - \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2 = o(x - x_0)^2$ per $x \to x_0$ (b) se $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ allora x_0 è un punto di flesso a tangente orizzontale (c) se $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) < 0$ allora x_0 è un punto di minimo relativo (d) se $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ allora $f(x) - f(x_0) = o(x - x_0)^2$ per $x \to x_0$ (e) se f è convessa in $]a,b[$ allora $f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $\forall\, x \in]a,b[$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (c), (d)

---

7. Sia data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\dfrac{x^2}{\log|x| - 2}\right) & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq \pm e^2 \\ 0 & \text{se } x = 0 \text{ o } x = \pm e^2 \end{cases}$$

   Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

   (a) f ammette un punto di salto in $x = e^2$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) f ammette asintoto orizzontale a $+\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $x = 0$ è un punto angoloso per f $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Su $[0, e^2[$ la funzione f è crescente $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (e) $x = e^{\frac{5}{2}}$ è un punto di minimo relativo $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (f) $-\dfrac{\pi}{3} \in im\, f$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

---

8. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 7 nell'apposito spazio sul foglio precedente.

---

9. Data una funzione $f : A \to \mathbb{R}$, definita su un insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, dire che cosa significa che $x_0 \in A$ è un *punto di minimo relativo* per f e che x_0 è un *punto di minimo assoluto* per f.
