Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale

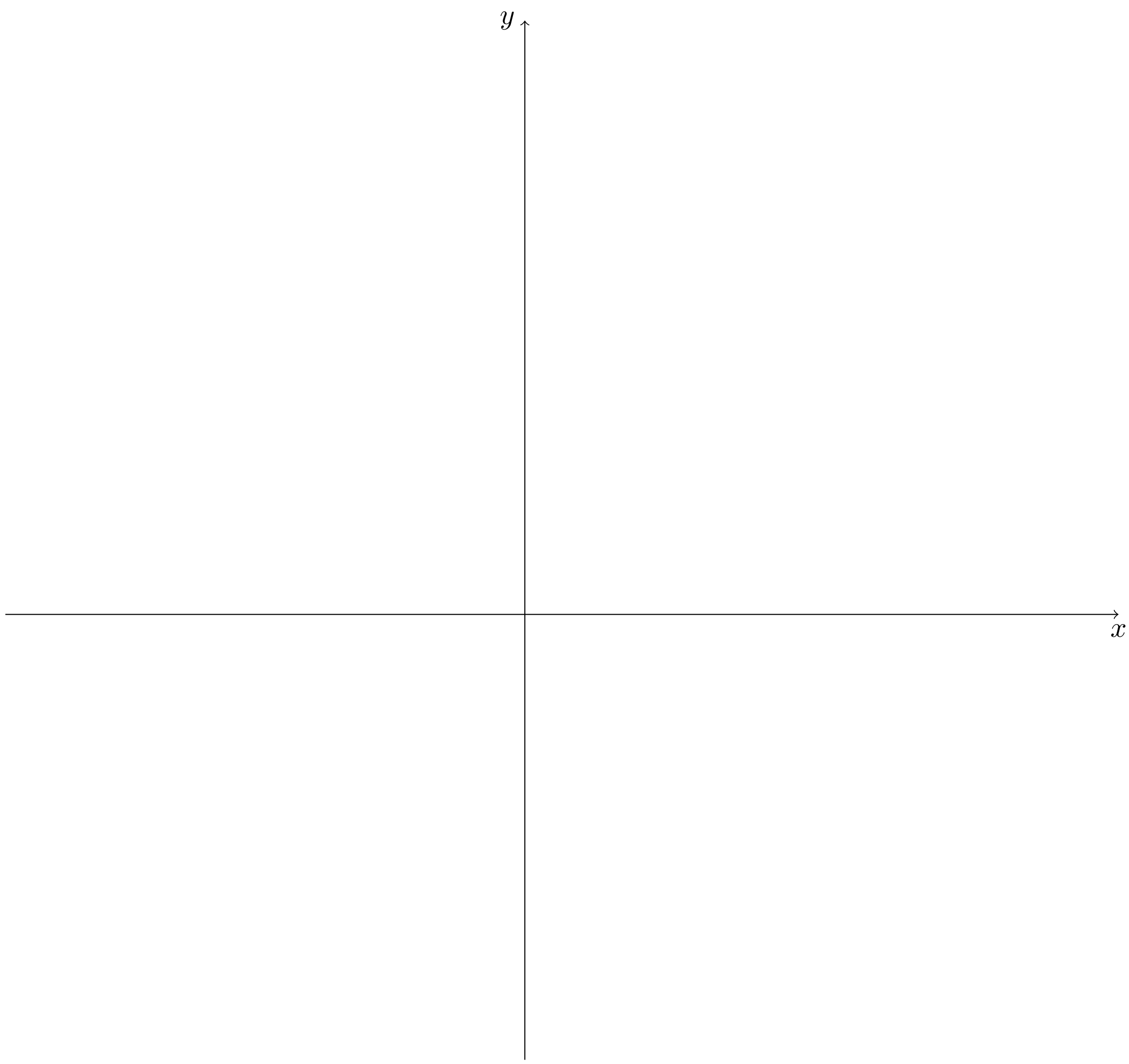
Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. Per i quesiti a risposta chiusa: SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un “SI” vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: Esercizi 1-6: risposta esatta $= +3$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$. Esercizio 7: risposta esatta $= +1$; risposta sbagliata $= -0.25$; risposta non data $= 0$. Esercizio 8: grafico corretto $= +1$; grafico scorretto o non disegnato $= 0$. Esercizio 9: risposta esatta $= +5$; risposta sbagliata $= -0,5$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE IL FOGLIO CONTENENTE LA GRIGLIA DELLE RISPOSTE con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D

7a.	7b.	7c.	7d.	7e.	7f.
V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F

Spazio per lo svolgimento dell'esercizio 8.



1. Il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$2|z(2+i)|^2 = z^2 + \bar{z}^2 + 4$$

è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: una circonferenza $\boxed{\text{B}}$: due rette $\boxed{\text{C}}$: un'iperbole $\boxed{\text{D}}$: un'ellisse

---

2. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[\sqrt[3]{1+\frac{3n!}{n^n}}-1\right]((n+2)^n - e^n)}{\frac{1}{3}n! - n\sin(n+1)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 3 $\boxed{\text{B}}$: $3e^2$ $\boxed{\text{C}}$: $3e^3$ $\boxed{\text{D}}$: $+\infty$

---

3. Il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{\left(\frac{\sin x}{x} - 1 + x^2\right)\log(3x)}{x^{5x^2}-1}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{5}$ $\boxed{\text{B}}$: $-\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{6}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{e^5}$

---

4. Si consideri la successione numerica $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ definita da

$$a_n = \log((n+1)^{(-1)^n} + 2)\,, \quad \forall\, n \in \mathbb{N}\,,$$

e gli insiemi $A = \{a_n\,,\ n \in \mathbb{N}\}$, $A_p = \{a_{2k}\,,\ k \in \mathbb{N}\}$, $A_d = \{a_{2k+1}\,,\ k \in \mathbb{N}\}$ (è utile osservare che $A = A_p \cup A_d$ e $A_p \cap A_d = \emptyset$). Delle seguenti affermazioni

(a) l'insieme A è superiormente limitato (b) la successione $\{a_{2k}\}_{k\in\mathbb{N}}$ è strettamente crescente (c) $\min A_p = \log 3$ (d) $\inf A_d = \log 2$ (e) la successione $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ è di Cauchy

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d) $\boxed{\text{C}}$: (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d)

---

5. Siano $f : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \sqrt{x}\,, \qquad g(x) = 7^x\,.$$

L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $h = g \circ f$ nel punto $(4, h(4))$ è

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $y = 49 + \frac{49\log 7}{4}(x-4)$ $\boxed{\text{B}}$: $y = 49 + \frac{49\log 7}{2}(x-4)$ $\boxed{\text{C}}$: $y = \frac{49\log 7}{2}(x-4)$ $\boxed{\text{D}}$: $y = \frac{49\log 7}{4}x$

---

6. Sia $\alpha > 0$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{(x-2)^2}, & \text{per } x \leq 2, \\ 1 + (x-2)^{(x-2)^\alpha}, & \text{per } x > 2. \end{cases}$$

Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: f è derivabile in $x = 2$ per $0 < \alpha \leq 1$ e $x = 2$ è un punto angoloso per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: f è derivabile in $x = 2$ per ogni $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: $x = 2$ è un punto angoloso per $0 < \alpha \leq 1$ e f è derivabile in $x = 2$ per $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: $x = 2$ è un punto di discontinuità a salto per $0 < \alpha \leq 1$ e f è derivabile in $x = 2$ per $\alpha > 1$

---

7. Sia data la funzione

$$f(x) = 7\sin\left(\frac{\pi}{2}(|x| - x)\right) + 2\log\left(x(|x| + x) + 1\right)$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

(a) $dom f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ non esiste $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) La retta tangente nel punto di ascissa $x = -1$ ha equazione $y = \frac{7\pi}{2}(x + 1)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $x = 0$ è un punto angoloso $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) f è decrescente su $[0, +\infty[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(f) Sull'intervallo $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty\right[$ risulta $f'' \leq 0$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

---

8. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 7 nell'apposito spazio sul foglio precedente.

---

9. Dire che cosa significa che una successione numerica $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ è *di Cauchy*.
