

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale

---

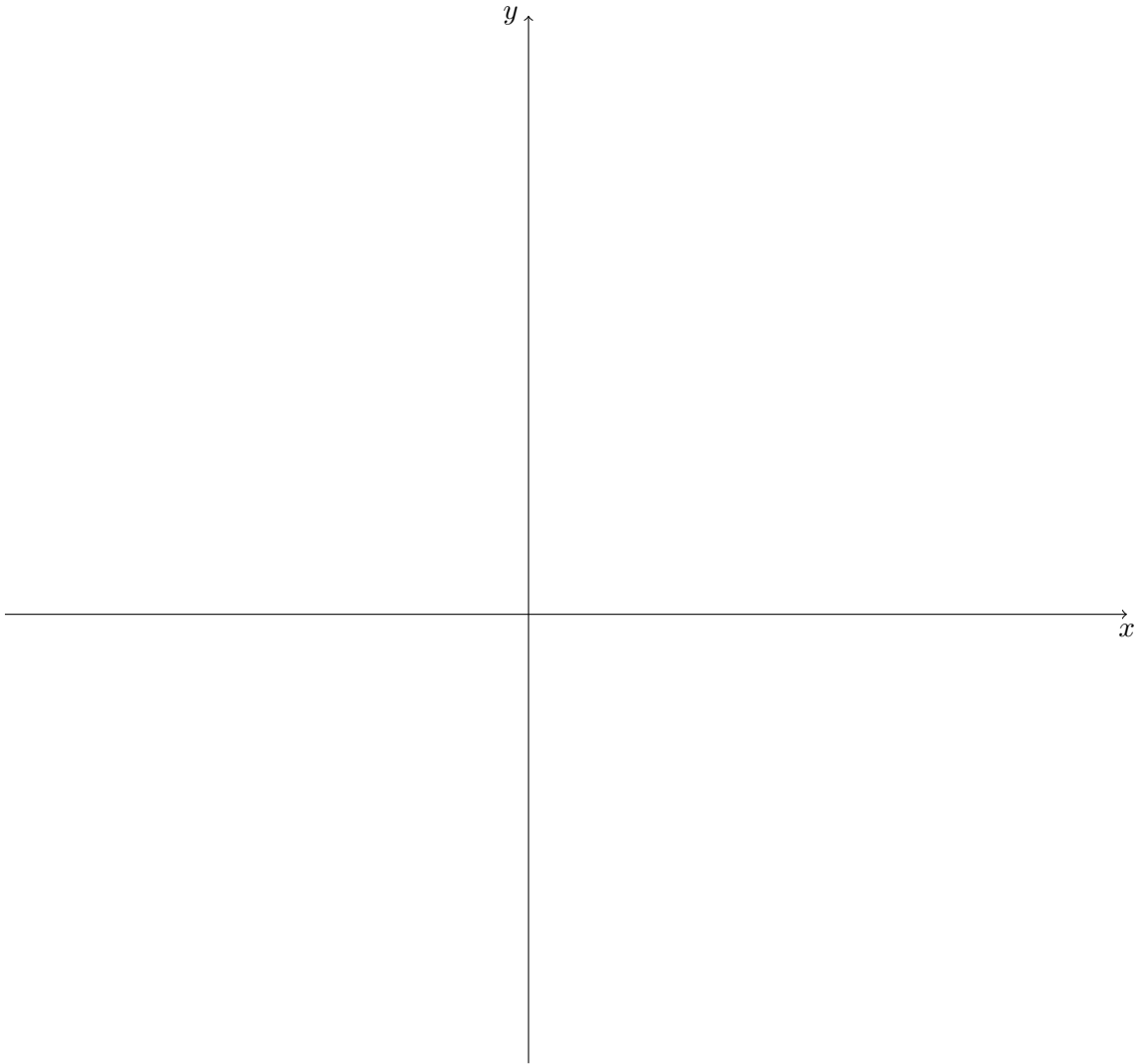
**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. Per i quesiti a risposta chiusa: SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: Esercizi 1-6: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0. Esercizio 7: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0. Esercizio 8: grafico corretto = +1; grafico scorretto o non disegnato = 0. Esercizio 9: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0,5; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE IL FOGLIO CONTENENTE LA GRIGLIA DELLE RISPOSTE con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D

7a.	7b.	7c.	7d.	7e.	7f.
V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F

Spazio per lo svolgimento dell'esercizio 8.



1. Il luogo degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\operatorname{Re} \left( \frac{|z| - 2i}{i|z| + 1} \right) + \frac{1}{2} = 0$$

è dato da

Risp.:  A : un punto    B : due punti    C : una circonferenza    D : una circonferenza privata di un punto

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[e^{2n+2} - \frac{1}{2}e^{2n}] [(n+1)! - n!]}{(n! - 7^n) \left[ \sin \frac{1}{n} - \frac{1}{4} \sin \frac{4}{n} \right] \sqrt{n^8 e^{4n} + \sin \frac{n}{7}}}$$

vale

Risp.:  A :  $\frac{2}{5}(e^2 - \frac{1}{2})$     B :  $\frac{1}{5}$     C :  $\frac{5}{2}$     D : 0

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{1}{x} - \arctan \frac{1}{x}}{\left[ e^{\frac{1}{4x}} - 1 + \left( \sinh \frac{1}{x} \right)^7 \right] \left[ x \ln \left( 1 + \frac{1}{x^3} \right) + \cos \frac{1}{x} - 1 \right]}$$

vale

Risp.:  A : -4    B :  $\frac{2}{3}$     C :  $+\infty$     D :  $\frac{4}{3}$

4. Sia  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  una qualsiasi funzione di  $[a, b]$  in  $\mathbb{R}$ . Delle seguenti affermazioni

(a) se  $f$  è differenziabile in  $x_0 \in [a, b]$  allora  $f$  è continua in  $x_0$  (b) se  $x_0 \in ]a, b[$  e  $f'(x_0) = 0$  allora  $x_0$  è un punto di estremo relativo di  $f$  (c) se  $\forall x, y \in [a, b], x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$  e  $f$  è derivabile in  $[a, b]$  allora  $f'(x) > 0, \forall x \in [a, b]$  (d) se  $f$  è derivabile in  $[a, b]$  e  $f(a) = f(b)$  allora  $f$  ammette almeno un punto stazionario interno ad  $[a, b]$  (e) se  $f$  è crescente in  $[a, b]$  allora  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \inf \{ f(x) : x \in [a, b], x > a \}$

le uniche corrette sono

Risp.:  A : (b), (c), (d)    B : (a), (d), (e)    C : (b), (e)    D : (a), (c)

5. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-2} - 1}{(x-2)^{\alpha-1}} & \text{se } x > 2 \\ 1 & \text{se } x = 2 \\ (2-x) \sin \left( \frac{1}{2-x} \right) & \text{se } x < 2. \end{cases}$$

Allora  $f$  ammette in  $x = 2$  un punto di salto

Risp.:  A : per ogni  $\alpha$     B : per  $\alpha > 2$     C : per  $\alpha = 2$     D : per  $\alpha < 2$

6. Sia  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^+}$  la successione definita da

$$a_n = 3^{(-1)^n \frac{n^2+4}{2n^2}}, \quad n = 1, 2, \dots$$

e si considerino gli insiemi  $A = \{a_n : n \in \mathbb{N}^+\}$ ,  $A_p = \{a_{2k} : k \in \mathbb{N}^+\}$  e  $A_d = \{a_{2k+1} : k \in \mathbb{N}\}$  (si noti che  $A = A_p \cup A_d$ ). Delle seguenti affermazioni

(a)  $\inf A = 3^{\frac{1}{2}}$  (b) la sottosuccessione  $\{a_{2k}\}_{k \in \mathbb{N}^+}$  è strettamente decrescente (c) la successione  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^+}$  è convergente (d)  $\sup A_d = 3^{-\frac{1}{2}}$  e  $\min A_d = 3^{-\frac{5}{2}}$  (e)  $\max A = 3$

le uniche corrette sono

*Risp.:*  A : (a), (b), (c)  B : (c), (d)  C : (a), (e)  D : (b), (d), (e)

---

7. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(\ln|x| - 2x) & \text{se } x \neq 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a)  $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$   V  F  
(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$   V  F  
(c)  $f$  è discontinua in  $x = 0$   V  F  
(d)  $f'(\frac{1}{4}) = \frac{2}{1+(\ln(\frac{1}{4})-\frac{1}{2})^2}$   V  F  
(e)  $x = 0$  è un punto di cuspidè  V  F  
(f)  $f$  è decrescente su  $[0, \frac{1}{2}]$   V  F
- 

8. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 7 nell'apposito spazio sul foglio precedente.

---

9. Dati  $A \subseteq \mathbb{R}$ ,  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  e  $x_0 \in A$ , definire la continuità di  $f$  in  $x_0$ .

---