ANALISI MATEMATICA A — 12 Giugno 2012 — COMPITO 1

Cognome e nome . . . . Firma . . . . Matricola . . . .

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. Per i quesiti a risposta chiusa: SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI per i quesiti a risposta chiusa: risposta esatta $= +3,5$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE IL FOGLIO CONTENENTE LA GRIGLIA DELLE RISPOSTE con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

Spazio per lo svolgimento dell'esercizio 9.

1. Il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{z}{\overline{z}(3z+i)} = \frac{1}{2}$$

è dato da:

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: un punto $\boxed{\text{B}}$: una circonferenza $\boxed{\text{C}}$: una retta $\boxed{\text{D}}$: l'unione di due rette

---

2. Le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^6 - 6z^3 + 9 = 0$$

sono:

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\sqrt[3]{3}$ con molteplicità 6 $\boxed{\text{B}}$: $\pm\sqrt[3]{3}i$, ciascuna con molteplicità 3 $\boxed{\text{C}}$: $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{3}\left(-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, ciascuna con molteplicità 2 $\boxed{\text{D}}$: $-\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{3}\left(\pm\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$, ciascuna con molteplicità 2

---

3. Si consideri l'insieme $A = \left\{a_n = \sin^2\left(n\frac{\pi}{2}\right)\log(n+2) - \log\left((n+1)^{(-1)^{n+1}}\right)\ , \quad n \in \mathbb{N}\right\}$. Delle seguenti affermazioni

(a) $\min A = 0$ (b) A non ammette minimo (c) A è superiormente limitato (d) $\max A = \log\frac{3}{2}$ (e) $\sup A = +\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e)

---

4. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1-\cos(e^{-n})}{\sqrt{4+e^{-2n}}-2}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 1 $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: 2 $\boxed{\text{D}}$: -2

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La funzione $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 4(\cos x)^2\,, & 0 \le x \le \pi\,, \\ \\ (\alpha+2)\sin(2x) + \alpha^2\,, & \pi < x \le 2\pi \end{cases}$$

soddisfa le ipotesi del Teorema di Rolle sull'intervallo $[0, 2\pi]$ se e soltanto se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha = 2$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha = -2$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha = 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha = \pm 2$

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^\alpha \sin\left(e^x - x - 1\right)}{-\frac{1}{4} x \log(1+x) + \cosh\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) - 1}$$

vale 0 se e soltanto se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 3$ $\boxed{\text{D}}$: $\forall\, \alpha \in \mathbb{R}$

---

7. Sia data la funzione

$$f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{(x-1)^2}}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) Il dominio di f è $\mathbb{R}$ (b) f è pari (c) f ammette un asintoto verticale in $x = 1$ (d) f ammette un asintoto orizzontale per $x \to -\infty$ (e) f ammette $y = x - 1$ come asintoto obliquo per $x \to +\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (d), (e)

---

8. Sia f la funzione dell'esercizio 7. Delle seguenti affermazioni

(a) f è derivabile sul suo dominio (b) $x = 1$ è un punto angoloso per f (c) f ammette un punto di massimo assoluto (d) f ammette un punto di minimo relativo in $x = 1 + \sqrt{2}$ (e) f è concava in $]-\infty, 1[$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c), (d)

---

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.