

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AMBLT ◇ AUTLT ◇ CIVLT ◇ GESLT ◇ MATLT ◇ MECLT

Sezione: ◇ SEZIONE I ◇ SEZIONE II

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. Per lo studio di funzione: SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. Per i quesiti a risposta chiusa: SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
4. PUNTEGGI per i quesiti a risposta chiusa: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
5. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
6. CONSEGNARE IL FOGLIO CONTENENTE LA GRIGLIA DELLE RISPOSTE con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D

Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+2)^2}{x-1}}.$$

- (a) Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

- (b) Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

- (c) Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

- (d) Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

- (e) Tracciare un grafico della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 2]:

1. Sia dato l'insieme

$$A = \left\{ \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^{7n} \right]^{(-1)^n} : n \in \mathbb{N}, n \neq 0 \right\}.$$

Allora

Risp.: **A** : $\inf A = e^{-7}$, $\sup A = e^7$ **B** : $\min A = 2^{-7}$, $\sup A = e^7$ **C** : $\min A = 2^{-7}$,
 $\max A = \left(\frac{9}{4}\right)^7$ **D** : $\min A = e^{-7}$, $\max A = e^7$

2. Il luogo geometrico descritto dai valori $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$[|z + iz|^2 - (z + 3)\bar{z}] \operatorname{Im} \left(\frac{-i}{|z| + i} \right) = 0$$

è dato da

Risp.: **A** : una retta **B** : una circonferenza **C** : due circonferenze **D** : due punti

3. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(7(6^{1/3}n)^{3n} - 7^{3n} + (n+1)! \right) \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)^n$$

vale

Risp.: **A** : $+\infty$ **B** : 7 **C** : 0 **D** : non esiste

4. La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n^2 - \log n}{n^6 + 10n^3 \sin^2 n}}$$

Risp.: **A** : converge semplicemente ma non assolutamente **B** : diverge positivamente **C** : diverge
negativamente **D** : converge assolutamente

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x^2) - 2x \sin x + x^2}{7x^\alpha(1 - \cosh \sqrt{2x})}$$

vale

Risp.: **A** : 0 se $\alpha < 3$; $\frac{1}{42}$ se $\alpha = 3$; $+\infty$ se $\alpha > 3$ **B** : 0 se $\alpha > 3$; $\frac{1}{42}$ se $\alpha = 3$; $+\infty$ se $\alpha < 3$
C : 0 se $\alpha < 3$; $+\infty$ se $\alpha \geq 3$ **D** : 0 se $\alpha \geq 3$; $+\infty$ se $\alpha < 3$

6. L'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3 \tan x}{1 + \cos^2 x} dx$$

vale

Risp.: A : $\frac{1}{2}$ B : $-\frac{1}{\log 2}$ C : $\frac{3}{2} \log \frac{3}{2}$ D : $3 \log 3$

7. Sia $\tilde{y} : \mathbb{R} \rightarrow]-1, 1[$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 7(1 - y^2), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$ vale

Risp.: A : 0 B : 7 C : $-\infty$ D : 1
