
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AMBLT ◇ AUTLT ◇ CIVLT ◇ GESLT ◇ MATLT ◇ MECLT

Sezione: ◇ SEZIONE I ◇ SEZIONE II

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. Per lo studio di funzione: SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. Per i quesiti a risposta chiusa: SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
4. PUNTEGGI per i quesiti a risposta chiusa: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
5. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
6. CONSEGNARE IL FOGLIO CONTENENTE LA GRIGLIA DELLE RISPOSTE con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D

Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x+2}{|\log(x+2)|}.$$

- (a) Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

- (b) Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

- (c) Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

- (d) Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

- (e) Tracciare un grafico della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 2]:

1. L'area del poligono regolare determinato dalle radici quarte del numero complesso $z = -49$ vale

Risp.: A : 7 B : -2 C : 14 D : $\sqrt{2}$

2. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1+\sin 2x}}{2x^3}$$

vale

Risp.: A : 3 B : $\frac{1}{3}$ C : 1 D : 0

3. La somma della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \cdot 3^n}{6^n}$$

vale

Risp.: A : 4 B : 0 C : 1 D : 2

4. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|\log(x+2)|}{x+2} & \text{se } x > -2, \\ 1 & \text{se } x \leq -2. \end{cases}$$

Allora

Risp.: A : g è continua in $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ e $x = -2$ è punto di infinito; g è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{-2, -1\}$, $x = -1$ è punto angoloso B : g è continua in $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, $x = -2$ è punto di infinito; g è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ C : g è continua e derivabile in \mathbb{R} D : g è continua in \mathbb{R} e derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $x = -1$ è un punto di cuspid

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(1 - \cos \frac{1}{x})^2}{\log(x^2 + 1)(x - 1)^\alpha}$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha \leq 1$ B : $-3 \leq \alpha \leq 1$ C : $-3 < \alpha < 1$ D : $\alpha \geq -3$

6. Sia $\mathcal{F} :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la primitiva della funzione $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{3}{x^4 + x^2},$$

tale che $\mathcal{F}(1) = -3$. Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} \mathcal{F}(x)$ vale

Risp.: A : 0 B : $-\infty$ C : -3 D : $-\frac{3\pi}{4}$

7. Sia $\tilde{y} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y \log x + x^x, \\ y(e) = e^e + 7. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$ vale

Risp.: A : 0 B : $+\infty$ C : $-\infty$ D : 2
