

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:   ◇ AUTL;   ◇ MATL;   ◇ MECL

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{x+2} e^{-(x+2)}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la derivata seconda di  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Senza studiare il segno della derivata seconda, dire se  $f$  ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \{3 \arctan [(-1)^n 2n], n \in \mathbb{N}\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\left[ \operatorname{Re}(z + 3\bar{z}) - i \operatorname{Im}(2z - \bar{z}) + \overline{(z + 3i - 4)} \right] \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare tutte le soluzioni della seguente equazione e scriverle in forma algebrica

$$(z^2 - 4i)(z^2 - 5iz - 6) = 0$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 6n^2 \log \left[ \frac{\sin \left( \frac{2}{n} \right)}{\frac{2}{n}} \right]$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arctan(x)} - \log(1+x) - 1}{1 - \cos(3x)}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x^2 - 2x} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 2, \\ 1 & \text{se } x = 0, \\ 9 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

Dire se la funzione  $f$  è continua nel suo dominio ed eventualmente discutere i tipi di discontinuità qualora  $f$  non sia continua.

**Risposta [punti 4]:**

---

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{x+2} e^{-(x+2)}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la derivata seconda di  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Senza studiare il segno della derivata seconda, dire se  $f$  ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \{3 \arctan [(-1)^n 2n], n \in \mathbb{N}\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\left[ \operatorname{Re}(z + 3\bar{z}) - i \operatorname{Im}(2z - \bar{z}) + \overline{(z + 3i - 4)} \right] \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare tutte le soluzioni della seguente equazione e scriverle in forma algebrica

$$(z^2 - 4i)(z^2 - 5iz - 6) = 0$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 6n^2 \log \left[ \frac{\sin\left(\frac{2}{n}\right)}{\frac{2}{n}} \right]$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arctan(x)} - \log(1+x) - 1}{1 - \cos(3x)}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x^2 - 2x} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 2, \\ 1 & \text{se } x = 0, \\ 9 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

Dire se la funzione  $f$  è continua nel suo dominio ed eventualmente discutere i tipi di discontinuità qualora  $f$  non sia continua.

**Risposta [punti 4]:**

---