**ANALISI MATEMATICA A - 10 settembre 2007 - C.d.L.: INFL - GESL**

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 5 ed è il valore a cui tende $x$ nel limite.

**Fila 1**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2\sqrt[3]{e}$ quindi $y = 2\sqrt[3]{e}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ quindi non c'è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{2e^{2x}}{3\sqrt[3]{(e^{2x}-e)^2}}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. $x = \frac{1}{2}$ punto di flesso a tangente verticale.

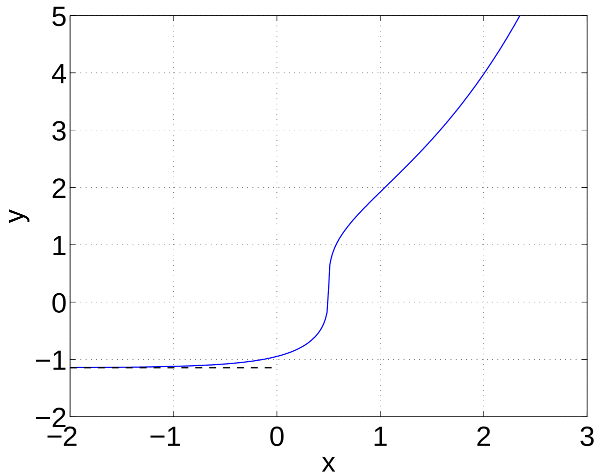
(d) $f'(x) > 0$, $\forall x \in \operatorname{dom} f'$, quindi $f$ strettamente crescente in $\operatorname{dom} f'$, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = 2\sqrt[3]{e}$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$, non ammette punti di estremo assoluto né relativo.

(e) $f''(x) = \dfrac{4e^{2x}\left(e^{2x}-3e\right)}{9\sqrt[3]{(e^{2x}-e)^5}}$,

$f$ è convessa in $\left]-\infty, \dfrac{1}{2}\right[ \cup \left]\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log 3, +\infty\right[$,

$f$ è concava in $\left]\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log 3\right[$ ,

$x = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log 3$ punto di flesso a tangente obliqua.




**2.** $\sup A = \max A = 2$, $\inf A = -\infty$, $\nexists \min A$.

**3.** circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 7x + 2y = 0$.

**4.** 2.

**5.** $\dfrac{1}{3}$.

**6.** $-\dfrac{1}{2}$.

**7.** $f$ continua in $\mathbb{R} \setminus \{6, 7\}$. $x = 6$ punto di discontinuità eliminabile, $x = 7$ punto di infinito.

**Fila 2**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 3\sqrt[3]{e^2}$ quindi $y = 3\sqrt[3]{e^2}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ quindi non c'è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{2e^{2x}}{3\sqrt[3]{(e^{2x}-e^2)^2}}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{1\}$. $x = 1$ punto di flesso a tangente verticale.

(d) $f'(x) > 0$, $\forall x \in \operatorname{dom} f'$, quindi $f$ strettamente crescente in $\operatorname{dom} f'$, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = 3\sqrt[3]{e^2}$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$, non ammette punti di estremo assoluto né relativo.

(e) $f''(x) = \dfrac{4e^{2x}\left(e^{2x}-3e^2\right)}{9\sqrt[3]{(e^{2x}-e^2)^5}}$,

$f$ è convessa in $]-\infty, 1[\, \cup \left]1 + \dfrac{1}{2}\log 3, +\infty\right[$,

$f$ è concava in $\left]1, 1 + \dfrac{1}{2}\log 3\right[$,

$x = 1 + \dfrac{1}{2}\log 3$ punto di flesso a tangente obliqua.

**2.** $\sup A = \max A = 3$, $\inf A = -\infty$, $\nexists \min A$.

**3.** circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 6x + 3y = 0$.

**4.** 3.

**5.** $\dfrac{1}{5}$.

**6.** $-\dfrac{1}{3}$.

**7.** $f$ continua in $\mathbb{R} \setminus \{5, 6\}$. $x = 5$ punto di discontinuità eliminabile, $x = 6$ punto di infinito.

---

**Fila 3**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 4\sqrt[3]{e^3}$ quindi $y = 4\sqrt[3]{e^3}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ quindi non c'è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{2e^{2x}}{3\sqrt[3]{(e^{2x}-e^3)^2}}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$. $x = \frac{3}{2}$ punto di flesso a tangente verticale.

(d) $f'(x) > 0$, $\forall x \in \operatorname{dom} f'$, quindi $f$ strettamente crescente in $\operatorname{dom} f'$, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = 4\sqrt[3]{e^3}$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$, non ammette punti di estremo assoluto né relativo.

(e) $f''(x) = \dfrac{4e^{2x}\left(e^{2x}-3e^3\right)}{9\sqrt[3]{\left(e^{2x}-e^3\right)^5}}$,

$f$ è convessa in $\left]-\infty, \dfrac{3}{2}\right[ \cup \left]\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\log 3, +\infty\right[$,

$f$ è concava in $\left]\dfrac{3}{2}, \dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\log 3\right[$,

$x = \dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\log 3$ punto di flesso a tangente obliqua.

**2.** $\sup A = \max A = 4$, $\inf A = -\infty$, $\nexists \min A$.

**3.** circonferenza di equazione $x^2+y^2+5x+4y=0$.

**4.** 4.

**5.** $\dfrac{1}{7}$.

**6.** $-\dfrac{1}{4}$.

**7.** $f$ continua in $\mathbb{R} \setminus \{4,5\}$. $x=4$ punto di discontinuità eliminabile, $x=5$ punto di infinito.

---

**Fila 4**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 5\sqrt[3]{e^4}$ quindi $y = 5\sqrt[3]{e^4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ quindi non c'è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{2e^{2x}}{3\sqrt[3]{\left(e^{2x}-e^4\right)^2}}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{2\}$. $x=2$ punto di flesso a tangente verticale.

(d) $f'(x) > 0$, $\forall x \in \operatorname{dom} f'$, quindi $f$ strettamente crescente in $\operatorname{dom} f'$, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = 5\sqrt[3]{e^4}$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$, non ammette punti di estremo assoluto né relativo.

(e) $f''(x) = \dfrac{4e^{2x}\left(e^{2x}-3e^4\right)}{9\sqrt[3]{\left(e^{2x}-e^4\right)^5}}$,

$f$ è convessa in $]-\infty, 2[ \cup \left]2+\dfrac{1}{2}\log 3, +\infty\right[$,

$f$ è concava in $\left]2, 2+\dfrac{1}{2}\log 3\right[$,

$x = 2+\dfrac{1}{2}\log 3$ punto di flesso a tangente obliqua.

**2.** $\sup A = \max A = 5$, $\inf A = -\infty$, $\nexists \min A$.

**3.** circonferenza di equazione $x^2+y^2+4x+5y=0$.

**4.** 5.

**5.** $\dfrac{1}{9}$.

**6.** $-\dfrac{1}{5}$.

**7.** $f$ continua in $\mathbb{R} \setminus \{3,4\}$. $x = 3$ punto di discontinuità eliminabile, $x = 4$ punto di infinito.

---

**Fila 5**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 6\sqrt[3]{e^5}$ quindi $y = 6\sqrt[3]{e^5}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ quindi non c'è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{2e^{2x}}{3\sqrt[3]{(e^{2x} - e^5)^2}}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \left\{\frac{5}{2}\right\}$. $x = \frac{5}{2}$ punto di flesso a tangente verticale.

(d) $f'(x) > 0$, $\forall x \in \operatorname{dom} f'$, quindi $f$ strettamente crescente in $\operatorname{dom} f'$, $\inf_{x \in \operatorname{dom} f} f(x) = 6\sqrt[3]{e^5}$, $\sup_{x \in \operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$, non ammette punti di estremo assoluto né relativo.

(e) $f''(x) = \dfrac{4e^{2x}\left(e^{2x} - 3e^5\right)}{9\sqrt[3]{(e^{2x} - e^5)^5}}$,

$f$ è convessa in $\left]-\infty, \dfrac{5}{2}\right[ \cup \left]\dfrac{5}{2} + \dfrac{1}{2}\log 3, +\infty\right[$,

$f$ è concava in $\left]\dfrac{5}{2}, \dfrac{5}{2} + \dfrac{1}{2}\log 3\right[$ ,

$x = \dfrac{5}{2} + \dfrac{1}{2}\log 3$ punto di flesso a tangente obliqua.

**2.** $\sup A = \max A = 6$, $\inf A = -\infty$, $\nexists \min A$.

**3.** circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 3x + 6y = 0$.

**4.** 6.

**5.** $\dfrac{1}{11}$.

**6.** $-\dfrac{1}{6}$.

**7.** $f$ continua in $\mathbb{R} \setminus \{2,3\}$. $x = 2$ punto di discontinuità eliminabile, $x = 3$ punto di infinito.

---

**Fila 6**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 7\sqrt[3]{e^6}$ quindi $y = 7\sqrt[3]{e^6}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ quindi non c'è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \dfrac{2e^{2x}}{3\sqrt[3]{(e^{2x} - e^6)^2}}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{3\}$. $x = 3$ punto di flesso a tangente verticale.

(d) $f'(x) > 0$, $\forall x \in \operatorname{dom} f'$, quindi $f$ strettamente crescente in $\operatorname{dom} f'$, $\inf_{x \in \operatorname{dom} f} f(x) = 7\sqrt[3]{e^6}$, $\sup_{x \in \operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$, non ammette punti di estremo assoluto né relativo.

(e) $f''(x) = \dfrac{4e^{2x}\left(e^{2x} - 3e^{6}\right)}{9\sqrt[3]{(e^{2x} - e^{6})^{5}}}$,

$f$ è convessa in $]-\infty, 3[ \cup \left]3 + \dfrac{1}{2}\log 3, +\infty\right[$,

$f$ è concava in $\left]3, 3 + \dfrac{1}{2}\log 3\right[$ ,

$x = 3 + \dfrac{1}{2}\log 3$ punto di flesso a tangente obliqua.

**2.** $\sup A = \max A = 7$, $\inf A = -\infty$, $\nexists \min A$.

**3.** circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 2x + 7y = 0$.

**4.** 7.

**5.** $\dfrac{1}{13}$.

**6.** $-\dfrac{1}{7}$.

**7.** $f$ continua in $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$. $x = 1$ punto di discontinuità eliminabile, $x = 2$ punto di infinito.