Cognome e nome .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 2}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo
$$A = \left\{ \left[\log \left(1 + e^{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}} \right) \right]^7 ,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $\quad w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(7+7i)^{10}}.$

Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che
$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 2i}{|z| + 2i} \right) + 1 = 7 \operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sqrt{n^2+3n}\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n - n\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{2\cos\left(x^2+x\right)+x\sin(x)-2e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right)+2x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x\neq 0,\\ \alpha-1 & \text{se } x=0.\end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 2}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}\right)\right]^7,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $\quad w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(7+7i)^{10}}.$
Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 2i}{|z| + 2i}\right) + 1 = 7\operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \left[\sqrt{n^2 + 3n}\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n - n\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{2\cos\left(x^2 + x\right) + x\sin(x) - 2e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right) + 2x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha - 1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

Cognome e nome .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 4}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}\right) \right]^6, \ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $\quad w = \dfrac{2\left(\sqrt{3}-i\right)^4}{(6+6i)^{10}}$.

Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z|-3i}{|z|+3i}\right) + 1 = 6\operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sqrt{n^2+5n}\left(1+\frac{2}{n^2}\right)^n - n\left(1+\frac{2}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{4\cos\left(x^2+x\right)+x\sin(2x)-4e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right)+4x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x\neq 0,\\ \alpha-2 & \text{se } x=0.\end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 4}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{n+3}-\sqrt{n}}\right)\right]^6,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(6+6i)^{10}}$.
Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 3i}{|z| + 3i}\right) + 1 = 6\operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \left[\sqrt{n^2 + 5n}\left(1 + \frac{2}{n^2}\right)^n - n\left(1 + \frac{2}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{4\cos\left(x^2 + x\right) + x\sin(2x) - 4e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right) + 4x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha - 2 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

Cognome e nome .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 6}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log \left(1 + e^{\sqrt{n+4} - \sqrt{n}} \right) \right]^5, \ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $\quad w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(5 + 5i)^{10}}$.

Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 4i}{|z| + 4i} \right) + 1 = 5 \operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sqrt{n^2+7n}\left(1+\frac{3}{n^2}\right)^n - n\left(1+\frac{3}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{6\cos\left(x^2+x\right)+x\sin(3x)-6e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right)+6x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x\neq 0,\\ \alpha-3 & \text{se } x=0.\end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 6}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{n+4}-\sqrt{n}}\right)\right]^5, \ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(5+5i)^{10}}$.
Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 4i}{|z| + 4i}\right) + 1 = 5\operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \left[\sqrt{n^2 + 7n}\left(1 + \frac{3}{n^2}\right)^n - n\left(1 + \frac{3}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{6\cos\left(x^2 + x\right) + x\sin(3x) - 6e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right) + 6x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha - 3 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

Cognome e nome .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 8}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log \left(1 + e^{\sqrt{n+5} - \sqrt{n}} \right) \right]^4 ,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $\quad w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(4+4i)^{10}}.$

Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 5i}{|z| + 5i} \right) + 1 = 4 \operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare
$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sqrt{n^2+9n}\left(1+\frac{4}{n^2}\right)^n - n\left(1+\frac{4}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0}\frac{8\cos\left(x^2+x\right)+x\sin(4x)-8e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right)+8x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x)=\begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x\neq 0,\\ \alpha-4 & \text{se } x=0.\end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 8}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{n+5}-\sqrt{n}}\right)\right]^4,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(4+4i)^{10}}$.
Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 5i}{|z| + 5i}\right) + 1 = 4\operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \left[\sqrt{n^2 + 9n}\left(1 + \frac{4}{n^2}\right)^n - n\left(1 + \frac{4}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{8\cos\left(x^2 + x\right) + x\sin(4x) - 8e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right) + 8x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha - 4 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

Cognome e nome .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 10}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{n+6}-\sqrt{n}}\right) \right]^3,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $\quad w = \dfrac{2\left(\sqrt{3}-i\right)^4}{(3+3i)^{10}}.$

Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z|-6i}{|z|+6i}\right) + 1 = 3\operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare
$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sqrt{n^2+11n}\left(1+\frac{5}{n^2}\right)^n - n\left(1+\frac{5}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0}\frac{10\cos\left(x^2+x\right)+x\sin(5x)-10e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right)+10x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x)=\begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x\neq 0,\\ \alpha-5 & \text{se } x=0.\end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 10}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{n+6}-\sqrt{n}}\right)\right]^3,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(3+3i)^{10}}$.
Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 6i}{|z| + 6i}\right) + 1 = 3\operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sqrt{n^2 + 11n}\left(1 + \frac{5}{n^2}\right)^n - n\left(1 + \frac{5}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{10\cos\left(x^2 + x\right) + x\sin(5x) - 10e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right) + 10x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x\,\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha - 5 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

Cognome e nome .... Firma ....

Corso di Laurea: $\diamondsuit$ AUTL; $\diamondsuit$ MATL; $\diamondsuit$ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 12}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log \left(1 + e^{\sqrt{n+7} - \sqrt{n}} \right) \right]^2 ,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $\quad w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(2+2i)^{10}}.$

Risposta [punti 2]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 7i}{|z| + 7i} \right) + 1 = 2 \operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sqrt{n^2+13n}\left(1+\frac{6}{n^2}\right)^n - n\left(1+\frac{6}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{12\cos\left(x^2+x\right)+x\sin(6x)-12e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right)+12x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x\neq 0,\\ \alpha-6 & \text{se } x=0.\end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha\in\mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 12}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 3]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log\left(1 + e^{\sqrt{n+7}-\sqrt{n}}\right)\right]^2,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $w = \dfrac{2\left(\sqrt{3} - i\right)^4}{(2+2i)^{10}}$.
Risposta [punti 2]:

---

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{|z| - 7i}{|z| + 7i}\right) + 1 = 2\operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sqrt{n^2 + 13n}\left(1 + \frac{6}{n^2}\right)^n - n\left(1 + \frac{6}{n^2}\right)^n\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{12\cos\left(x^2 + x\right) + x\sin(6x) - 12e^{x^3}}{\sinh\left(4x^3\right) + 12x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha - 6 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:
