- $f(x) = \sin(e^x - 1)$

Sv. di Taylor di $f(x)$ con centro $x_0 = 0$, di ordine 1

$$f(x) = \sin(\overbrace{e^x - 1}^{y})$$

Quando $x \to 0$, $y = e^x - 1 \to 0$

$$\sin y = y + o(y),$$

$$f(x) = \sin(e^x - 1) = e^x - 1 + o(e^x - 1)$$

$$e^x = 1 + x + o(x) \Rightarrow e^x - 1 = x + o(x)$$

$$f(x) = x + o(x) + \underbrace{o(x + o(x))}_{= o(x)} = x + o(x) \quad (1)$$

- Calcoliamo:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(e^x - 1)}{2x}$$

Usando lo sviluppo di Taylor (1)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(e^x - 1)}{2x} = \lim_{x \to 0} \frac{x + o(x)}{2x} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x}}{2\cancel{x}} + \frac{o(x)}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{o(x)}{2x} \to 0$$