INTORNI IN $\mathbb{R}$

Def. Un insieme $I \subseteq \mathbb{R}$ si dice *intorno* di $x \in \mathbb{R}$, se

$$\exists \varepsilon > 0 \ : \quad [x - \varepsilon, x + \varepsilon] \subseteq I \, .$$

$\forall\, x \in \mathbb{R}$ e $\varepsilon > 0$, $[x - \varepsilon, x + \varepsilon]$ è un intervallo *di centro* x, *non ridotto al solo punto* x.

Esempi

1. $I = [-1, 1]$ è un intervallo di centro $x = 0$.

Quindi è intorno di $x = 0$, poiché contiene (è) un intervallo di centro $x = 0$ non ridotto ad un punto.
È anche un intorno di $x = \frac{1}{2}$, poiché contiene un intervallo di centro $x = \frac{1}{2}$ non ridotto ad un punto, per esempio l'intervallo $[0, 1] = \left[\frac{1}{2} - \varepsilon, \frac{1}{2} + \varepsilon\right]$ (con $\varepsilon = \frac{1}{2}$).

2. $I = [-1, 1] \cup]2, 3]$

NON è un intervallo.
È un intorno di $x = 0$ (contiene l'intervallo $[-1, 1]$).
NON è un intorno di $x = 2$: non contiene alcun intervallo di centro 2.