PUNTI DI ACCUMULAZIONE

Richiamo:

- $I \subseteq \mathbb{R}$ è intorno di $x_0 \in \mathbb{R}$ se $\exists \delta > 0$: $[x_0 - \delta, x_0 + \delta] \subseteq I$.

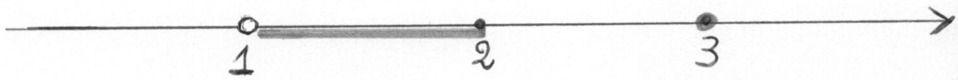
- $I \subseteq \mathbb{R}$ è intorno di $+\infty$ $(-\infty)$ se $\exists M > 0$: $[M, +\infty[\subseteq I$ $(]-\infty, -M] \subseteq I)$.

Allora, dato $A \subseteq \mathbb{R}$, si ha che:

- $x_0 \in \mathbb{R}$ è punto di accumulazione per A
$\Leftrightarrow \forall \delta > 0 \ (A \setminus \{x_0\}) \cap [x_0 - \delta, x_0 + \delta] \neq \emptyset$
$\Leftrightarrow \forall \delta > 0 \ \exists x \in A \setminus \{x_0\}$: $|x - x_0| \leq \delta$.

- $+\infty$ $(-\infty)$ è punto di accumulazione per A
$\Leftrightarrow \forall M > 0 \ A \cap [M, +\infty[\neq \emptyset$ $(A \cap]-\infty, -M] \neq \emptyset)$
$\Leftrightarrow \forall M > 0 \ \exists x \in A$: $x \geq M$ $(x \leq -M)$
$\Leftrightarrow$ A NON superiormente (inferiormente) limitato.

ESEMPIO: $A =]1,2] \cup \{3\}$



- $1 \notin A$ è punto di accumulazione per A:
$\forall \delta > 0 \ \exists x \in A \setminus \{1\} = A$: $|x - 1| \leq \delta$

- $2 \in A$ è punto di accumulazione per A

- Ogni punto di $]1,2[$ è punto di accumulazione per A

- $3 \in A$ è punto isolato di A:
$\exists \delta > 0$ (ogni $\delta < 1$): $[3 - \delta, 3 + \delta] \cap A = \{3\}$