FUNZIONE ESPONENZIALE

e: costante di Nepero ($e = 2,718281\dots$)

$$e^x := \inf\{e^q : \ q \in \mathbb{Q}, \ q \geq x\}, \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$$

Def. La **funzione esponenziale** è:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) := e^x \end{aligned}$$

Proprietà fondamentali

1. $\forall\, x, y \in \mathbb{R}$: $e^x \cdot e^y = e^{x+y}$
2. $\forall\, x \in \mathbb{R}$: $e^x > 0$
3. $x < y \Rightarrow e^x < e^y$ (cioè la funzione esponenziale è *monotóna strettamente crescente* in $\mathbb{R}$)

Conseguenze di 1:
4. $e^x \cdot e^{-x} = e^0 = 1$
5. $(e^x)^n = e^{nx}$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$